

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ГИЛЬБЕРТОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ**

Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика

Направленность: Дифференциальные уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление

Квалификация (степень) выпускника: Исследователь. Преподаватель-  
исследователь

**Кострома**

Рабочая программа дисциплины «Линейные операторы в гильбертовых пространствах» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 866 с изменениями и дополнениями от 30 апреля 2015 года.

Разработал: Ширяев Кирилл Евгеньевич, доцент кафедры высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: Землякова Ирина Владимировна, заведующий кафедрой высшей математики, доктор технических наук, профессор

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой  
высшей математики



---

Землякова Ирина Владимировна,  
доктор технических наук, профессор

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 28 января 2021 г.

Заведующий кафедрой высшей математики



---

подпись

Матьцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Дисциплина «Линейные операторы в гильбертовых пространствах» является специальным математическим курсом для аспирантов направленности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление». Курс является продолжением курса «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», рассматривая некоторые свойства линейных операторов, в частности оператора Коши линейной систем и исследование их качественных характеристик.

**Цель изучения дисциплины** – формирование у аспирантов углубленных знаний о действии оператора Коши на пространствах бесконечной размерности.

**Задачи дисциплины:**

- сформировать у аспирантов представление о видах функциональных пространств;
- дать основные понятия теории функциональных пространств;
- сформировать знание свойств условной устойчивости в почти периодических системах.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Линейные операторы в гильбертовых пространствах», должны **знать:**

- определения основных типов свойств функциональных пространств (топологические, метрические и т. д.);
- теорию сужения оператора на подпространства;
- понятия приводимости и почти приводимости.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Линейные операторы в гильбертовых пространствах», должны **уметь:**

- использовать указанные выше понятия при решении задач на устойчивость, при этом использовать оптимальный метод;
- определять качественные характеристики действия оператора на конечномерных подпространствах;
- доказывать свойства показателей в гильбертовых пространствах.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Линейные операторы в гильбертовых пространствах», должны **владеть:**

- методами исследования условной устойчивости;
- методикой разложения действия оператора по ортогональной системе.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Линейные операторы в гильбертовых пространствах», должны **освоить компетенцию:**

- ПК-1 (способность ставить задачи, приводящие к решению дифференциальных уравнений, формализовывать такие задачи, исследовать оптимальную методику их решения в рамках специализации).

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Линейные операторы в гильбертовых пространствах» относится к вариативной части учебного плана, к дисциплинам по выбору. Изучается в 5 семестре. Дисциплина обеспечивает приобретение компетенций в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта нового поколения.

**Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:**

– «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (для компетенции ПК-1).

**Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:**

– «Классификация линейных систем», практики по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности по направленности, научно-исследовательской деятельности и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук, представления научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы (диссертации) (для компетенции ПК-1).

#### **4. Объем дисциплины (модуля)**

##### **4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы**

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	2
Общая трудоемкость в часах	72
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	30
Лекции	10
Практические занятия	20
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	42
Форма промежуточной аттестации	Зачет в 5 семестре

##### **4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося**

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	10
Практические занятия	20
Лабораторные занятий	-
Консультации (на группу)	0,5
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	-
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	30,75

## 5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Функциональные пространства	12	2	4	-	6
2	Сужение оператора на конечномерное подпространство	18	2	4	-	12
3	Условная устойчивость	21	3	6	-	12
4	Разложение почти периодической функции	21	3	6	-	12
Зачет		-	-	-	-	-
Итого:		2/72	10	20	-	42

### 5.2. Содержание

**Тема 1. Функциональные пространства.** Топологические, метрические, нормированные и Евклидовы пространства. Примеры. Счетное всюду плотное множество. Гильбертово пространство и действия оператора на нем.

**Тема 2. Сужение оператора на конечномерное подпространство.** Оператор Коши системы дифференциальных уравнений. Разложение оператора в ряд. Сохранение свойств частичной суммы.

**Тема 3. Условная устойчивость.** Определение и свойства условной устойчивости. Условная устойчивость как качественное свойство сужения оператора Коши на конечномерное подпространство.

**Тема 4. Разложение почти периодической функции.** Почти периодичность по Бору. Ограниченность почти периодических функций. Разложение почти периодических функций по чистым колебаниям. Почти периодические системы. Вспомогательные показатели почти периодических систем. Почти приводимость почти периодических систем. Условная устойчивость в почти периодических системах.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Литература для проведения практических занятий и самостоятельной работы обучающихся:

[1] Немыцкий В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений / В. В. Немыцкий, В. В. Степанов. - М. ; Л. : ОГИЗ Государственное изд-во технико-теоретической лит., 1947. - 448 с. : ил. - ISBN 978-5-4475-1957-5 ; То же [Электронный ресурс]. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=255775>

[2] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие для студентов вузов : допущено М-вом высшего и среднего спец. образования СССР / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил. - 0.25.

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Функциональные пространства	Изучение литературы	6	Лекционный материал, [1] (с. 134-154)	Устный опрос
2	Сужение оператора на конечномерное подпространство	Изучение литературы, решение задач	12	Лекционный материал, [1] (с. 149-152)	Устный опрос
3	Условная устойчивость	Изучение литературы, решение задач	12	Лекционный материал, [1] (с. 163-167)	Индивидуальная консультация, устный опрос
4	Разложение почти периодической функции	Изучение литературы, решение задач	12	Лекционный материал, [1] (с. 183-186)	Индивидуальное собеседование, устный опрос

### 6.2. Тематика и задания для практических занятий

№	Наименование темы	Содержание практического занятия	Рекомендуемые материалы для практического занятия
1	Функциональные пространства	Топология, метрики, примеры пространств с разными метриками. Сепарабельность пространств	[2], с. 127-132
2	Сужение оператора на конечномерное подпространство	Примеры конечномерных и бесконечномерных операторов в функциональных пространствах	[2], с. 142-145
3	Условная устойчивость	Исследование условной устойчивости в линейных и нелинейных системах	[2], с. 161-170
4	Разложение почти периодической функции	Разложение почти периодических функций по чистым колебаниям	[2], с. 183-186

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

### 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовые работы по данной дисциплине не запланированы.

## 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

<i>Основная литература</i>		
1	<b>Асташова И. В.</b> Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» : учебное пособие / И. В. Асташова, В. А. Никишкин. - М. : Евразийский открытый институт, 2011. - 96 с. - ISBN 978-5-374-00488-5 ; То же [Электронный ресурс]. <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90289">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90289</a>	
2	<b>Дергачев В. М.</b> Дифференциальные и разностные уравнения : учеб. пособие / В. М. Дергачев, С. Н. Лелявин ; Финансовый ун-т при Правительстве РФ. - М. : КНОРУС, 2016. - 96, [1] с. - Библиогр.: с. 96. - ISBN 978-5-4365-0764-4 : 74.60.	<b>1</b>
3	<b>Петровский И. Г.</b> Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И. Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=544800">http://znanium.com/bookread2.php?book=544800</a>	
<i>Дополнительная литература</i>		
1	<b>Агафонов С. А.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений : допущено Науч.-метод. советом / С. А. Агафонов, Т. В. Муратова. - М. : Академия, 2008. - 240 с. - (Университетский учебник. Серия "Прикладная математика и информатика"). - Библиогр.: с. 231-232. - Предм. указ.: с. 233-235. - ISBN 978-5-7695-2581-0 : 137.94.	<b>7</b>
2	<b>Егоров А. И.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / А. И. Егоров. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 384 с. - Библиогр.: с. 375-376. - Предм. указ.: с. 377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 150.00.	<b>1</b>
3	<b>Каленова В. И.</b> Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики / В. И. Каленова, В. М. Морозов. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 206, [1] с. - Библиогр.: с. 197-206. - ISBN 978-5-9221-1231-4 : 200.00. Дар РФФИ	<b>1</b>
4	<b>Мирошник И. В.</b> Теория автоматического управления : линейные системы : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений: рекомендовано УМО / И. В. Мирошник. - СПб. : Питер, 2005. - 336 с. - (Учебное пособие). - Библиогр.: с. 326-327. - Предм. указ.: с. 328-333. - ISBN 5-469-00350-7 : 250.00.	<b>1</b>
5	<b>Немыцкий В. В.</b> Качественная теория дифференциальных уравнений / В. В. Немыцкий, В. В. Степанов. - М. ; Л. : ОГИЗ Государственное изд-во технико-теоретической лит., 1947. - 448 с. : ил. - ISBN 978-5-4475-1957-5 ; То же [Электронный ресурс]. <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=255775">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=255775</a>	
6	<b>Сачков Ю. Л.</b> Управляемость и симметрии инвариантных систем на группах Ли и однородных пространствах : монография / Ю. Л. Сачков. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 224 с. - (Математика. Прикладная математика). - Библиогр.: с. 218-223. - ISBN 978-5-9221-0843-0 : 130.00.	<b>1</b>
7	<b>Филиппов А. Ф.</b> Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие для студентов вузов : допущено М-вом высшего и среднего спец. образования СССР / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил. - 0.25.	<b>5</b>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>  
 ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>  
 ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>  
 ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://znanium.com>

## 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Ауд. 412 корп. Е – аудитория для лекционных, семинарских/практических занятий, индивидуальных/групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Число посадочных мест – 50	Специальное ПО не требуется
Ауд. 406 корп. Е – помещение для самостоятельной работы (компьютерный класс)	Число посадочных мест – 24. Число мест оборудованных компьютерами – 12 с выходом в интернет Оснащенность: компьютер для преподавателя, стационарный проектор, переносной экран	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice
Ауд. 201 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (читальный зал)	Число посадочных мест – 200. Оснащенность: 3 компьютера для сотрудников; принтер; копир/принтер; проектор; 2 экрана для проектора; ворота «Антивор»; WiFi-точка доступа	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно-библиотечная система «МАРК – SQL»
Ауд. 202 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (электронный читальный зал)	Число посадочных мест – 22. Число мест, оборудованных компьютерами – 22 с выходом в интернет. Оснащенность: 4 компьютера для сотрудников; 4 принтера; плоттер; 2 сканера; МФУ; ЛСД ТВ	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно-библиотечная система «МАРК – SQL»